

Temas: Funciones de varias variables. Dominio. Curvas (superficies) de nivel. Gráficas de funciones de dos variables.

1. Dar ejemplos de funciones de 2 y 3 variables.

2. Dada la función $f(x, y, z) = \frac{8}{x + y + z - 3}$.

Calcular: a) $f(f(3, 4, 0), f(0, 3, 4), f(4, 0, 3))$ b) $f(-2/x, 2/x, -1/x)$

3. Determinar y graficar los dominios de:

a) $f(x, y) = \frac{25 - x^2 - y^2}{x^2 + y^2 - 9}$, b) $g(x, y) = \frac{25 - x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 - 9}}$, c) $h(x, y) = \frac{\sqrt{25 - x^2 - y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2 - 9}}$

4. Buscar funciones cuyos dominios sean:

a) $D_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 1 < x^2 + y^2 < 4\}$

b) $D_2 = \mathbb{R}^2 \setminus \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x = y\}$

5. Esbozar las curvas de nivel de las siguientes funciones:

a) $f(x, y) = x^2 + y^2$ b) $g(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ c) $h(x, y) = 9 - x^2 - y^2$

6. Sea $g(x, y) = \frac{x + y}{x^2 + y^2}$

a) Determinar la curva de nivel $N_k(g) = \{(x, y) \in \text{dom}(g) / g(x, y) = k\}$.

b) Graficar las curvas de nivel correspondientes a $k = 4$ y $k = -9$.

7. Un sólido rectangular del primer octante, con 3 caras en los planos coordenados, tiene un vértice en origen y el vértice opuesto en el punto (x, y, z) del plano $x + 3y + 2z = 6$.

a) Obtener el volumen, V , del sólido en función de los lados de su base.

b) Determinar el dominio de V .

c) ¿Cuál es el volumen del sólido si su base es un cuadrado de lado 1cm.?

8. Los cursos de dos ríos dentro de una determinada región representan aproximadamente las ecuaciones de la parábola $y = x^2$ y la recta $x - y - 2 = 0$. Se quiere unir ambos ríos mediante un canal rectilíneo. Determinar la función que representa la longitud de este canal.

9. Encontrar la función que representa el volumen de un paralelepípedo cuya diagonal es igual a 1.

10. Considerar las siguientes funciones de dos variables:

$$g_1(x, y) = \frac{x^2}{x^2 + y^2} \qquad g_2(x, y) = 3x + 2y + 2$$

$$g_3(x, y) = e^x \cos(y) \qquad g_4(x, y) = \sin(x) + \cos(y)$$

A continuación se entregan los gráficos de las superficies correspondientes y los gráficos de sus curvas de nivel. Identificar cada función con su gráfico y el gráfico de sus curvas de nivel.

