

1. Calcular la suma de las siguientes expresiones algebraicas:

$$x^3 + 2x^2y - 4xy^2, \quad 2x^3 - 4x^2y + 3y^3, \quad 2xy^2 - 4y^3$$

Solución:

$$\begin{array}{r} x^3 + 2x^2y - 4xy^2 \\ 2x^3 - 4x^2y + 3y^3 \\ 2xy^2 - 4y^3 \\ \hline \text{suma: } 3x^3 - 2x^2y - 2xy^2 - 3y^3 \end{array}$$

2. Simplificar cada expresión:

(a) $(2a^3 + a^2 - 3a + 5) - (a^3 - 3a^2 + 4a - 7)$

(b) $5a - (2a - (4a + 2b - (a - 3b)))$

Solución:

(a) $(2a^3 + a^2 - 3a + 5) - (a^3 - 3a^2 + 4a - 7) =$
 $= 2a^3 + a^2 - 3a + 5 - a^3 + 3a^2 - 4a + 7$
 $= a^3 + 4a^2 - 7a + 12$

(b) $5a - (2a - (4a + 2b - (a - 3b))) =$
 $= 5a - (2a - (4a + 2b - a + 3b))$
 $= 5a - (2a - (3a + 5b))$
 $= 5a - (2a - 3a - 5b) = 5a - (-a - 5b)$
 $= 5a + a + 5b$
 $= 6a + 5b$

3. Evaluar cada expresión algebraica, considerando el valor asignado a cada variable:

(a) $(a + b)^2 - (a^2 + b^2)$, para $a = 12$, $b = -4$

(b) $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} - \frac{z}{x}$, para $x = \frac{1}{2}$, $y = -1$, $z = 3$.

Solución:

(a) Sustituyendo $a = 12$, $b = -4$

$$\begin{aligned} (a + b)^2 - (a^2 + b^2) &= (12 + (-4))^2 - (12^2 + (-4)^2) \\ &= 8^2 - (144 + 16) = -96 \end{aligned}$$

(b) Sustituyendo $x = \frac{1}{2}$, $y = -1$, $z = 3$

$$\begin{aligned}\frac{x}{y} + \frac{y}{z} - \frac{z}{x} &= \frac{1/2}{-1} + \frac{-1}{3} - \frac{3}{1/2} \\ &= -\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - 6 = \frac{-3 - 2 - 36}{6} \\ &= -\frac{41}{6}\end{aligned}$$

4. Efectuar cada operación indicada.

(a) $xy^2(x^2 - 2y + 4)$

(b) $x(y - z) - y(x - z) + z(y - x)$

Solución:

(a) $xy^2(x^2 - 2y + 4) = x^3y^2 - 2xy^3 + 4xy^2$

(b) $x(y - z) - y(x - z) + z(y - x) = xy - xz - yx + yz + zy - zx = 2yz - 2xz$

5. Efectuar cada multiplicación y reducir los términos semejantes:

(a) $(7x^2y^2 - 2y)(7x^2y^2 + 2y)$

(b) $(a^2 - 2ab + 4b^2)(a + 2b)$

Solución:

$$\begin{aligned}\text{(a)} \quad (7x^2y^2 - 2y)(7x^2y^2 + 2y) &= \\ &= (7x^2y^2)(7x^2y^2) + (7x^2y^2)(2y) - (2y)(7x^2y^2) - (2y)(2y) \\ &= 49x^4y^4 + 14x^2y^3 - 14x^2y^3 - 4y^2 = 49x^4y^4 - 4y^2\end{aligned}$$

(a) $(a^2 - 2ab + 4b^2)(a + 2b) = a^3 + 2a^2b - 2a^2b - 4ab^2 + 4ab^2 + 8b^3$
 $= a^3 + 8b^3$

6. Efectuar cada operación indicada.

(a) $(1 + a)(2 + a)(3 + a)$

(b) $(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)(a - b).$

Solución:

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad (1+a)(2+a)(3+a) &= (2+a+2a+a^2)(3+a) \\
 &= (2+3a+a^2)(3+a) \\
 &= 6+2a+9a+3a^2+3a^2+a^3 \\
 &= 6+11a+6a^2+a^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(b)} \quad (a^4+a^3b+a^2b^2+ab^3+b^4)(a-b) &= \\
 &= (a^5+a^4b+a^3b^2+a^2b^3+ab^4) - (a^4b+a^3b^2+a^2b^3+ab^4+b^5) \\
 &= a^5-b^5
 \end{aligned}$$

7. Realizar las operaciones indicadas y simplificar.

$$\text{(a)} \quad \frac{3x-2}{3} - \frac{x-3}{2} - \frac{1-x}{6}$$

$$\text{(b)} \quad \frac{x+1}{x} - \frac{x-3}{y} - \frac{2y-x}{xy}$$

$$\text{(a)} \quad \frac{3x-2}{3} - \frac{x-3}{2} - \frac{1-x}{6} = \frac{2(3x-2) - 3(x-3) - (1-x)}{6}$$

Solución:

$$\begin{aligned}
 &= \frac{6x-4-3x+9-1+x}{6} = \frac{4x+4}{6} \\
 &= \frac{2x+2}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(b)} \quad \frac{x+1}{x} - \frac{x-3}{y} - \frac{2y-x}{xy} &= \frac{y(x+1) - x(x-3) - (2y-x)}{xy} \\
 &= \frac{xy+y-x^2+3x-2y+x}{xy} \\
 &= \frac{xy-y-x^2+4x}{xy}
 \end{aligned}$$

8. Efectuar las operaciones indicadas y simplificar.

$$\text{(a)} \quad \frac{4}{x^2+x} - \frac{3}{2x}$$

$$\text{(b)} \quad \frac{x+1}{1-2x} + \frac{4x+1}{2x-1} + \frac{3}{2-4x}$$

Solución:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \frac{4}{x^2 + x} - \frac{3}{2x} &= \frac{8 - 3(x + 1)}{2x(x + 1)} = \frac{8 - 3x - 3}{2x(x + 1)} \\ &= \frac{5 - 3x}{2x(x + 1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad \frac{x + 1}{1 - 2x} + \frac{4x + 1}{2x - 1} + \frac{3}{2 - 4x} &= \frac{-x - 1}{2x - 1} + \frac{4x + 1}{2x - 1} - \frac{3}{2(2x - 1)} \\ &= \frac{-2x - 2 + 8x + 2 - 3}{2(2x - 1)} = \frac{6x - 3}{2(2x - 1)} \\ &= \frac{3(2x - 1)}{2(2x - 1)} \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

9. Efectuar las operaciones indicadas y comprobar el resultado.

$$\text{(a)} \quad (8x^4y^3z^2 - 12x^6y^3z) : (-4x^2y^2z)$$

$$\text{(b)} \quad \frac{27x^3y^2z^3}{3xyz} - \frac{24x^4y^4z^6}{6x^3y^2z^4} + \frac{12x^5y^4z^6}{4x^3y^3z^4} + \frac{18x^5y^3z^4}{9x^4yz^2}$$

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad (8x^4y^3z^2 - 12x^6y^3z) : (-4x^2y^2z) &= \frac{8x^4y^3z^2 - 12x^6y^3z}{-4x^2y^2z} \\ &= \frac{8x^4y^3z^2}{-4x^2y^2z} - \frac{12x^6y^3z}{-4x^2y^2z} \\ &= -2x^2yz + 3x^4y \end{aligned}$$

Solución:**Comprobación:**

$$\begin{aligned} (-2x^2yz + 3x^4y)(-4x^2y^2z) &= 8x^4y^3z^2 - 12x^6y^3z \\ \text{(b)} \quad \frac{27x^3y^2z^3}{3xyz} - \frac{24x^4y^4z^6}{6x^3y^2z^4} + \frac{12x^5y^4z^6}{4x^3y^3z^4} + \frac{18x^5y^3z^4}{9x^4yz^2} &= \\ &= 9x^2yz^2 - 4xy^2z^2 + 3x^2yz^2 + 2xy^2z^2 \\ &= 12x^2yz^2 - 2xy^2z^2 \end{aligned}$$

10. Considerar la expresión: $E = \left(\frac{x^{-2} - x^{-1}}{x^{-2} + x^{-1}} \right)^{-1} : \frac{3}{x-1}$

(a) Simplificar la expresión.

(b) Evaluar la expresión para $x = -11/5$.

$$(a) \quad E = \left(\frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}}{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}} \right)^{-1} : \frac{3}{x-1} = \left(\frac{\frac{1-x}{x^2}}{\frac{1+x}{x^2}} \right)^{-1} \cdot \frac{x-1}{3}$$

Solución:

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^{-1} \cdot \frac{x-1}{3} = \frac{1+x}{1-x} \cdot \frac{x-1}{3} \\ &= -\frac{1+x}{3} \\ &\left(\frac{x^{-2} - x^{-1}}{x^{-2} + x^{-1}} \right)^{-1} : \frac{3}{x-1} = -\frac{1+x}{3}, \quad \text{para todo } x \neq 0, 1, -1 \end{aligned}$$

(b) La expresión E es equivalente a: $-\frac{1+x}{3}$, para todo $x \neq 0, 1, -1$. Luego, para $x = -11/5$ el valor de la expresión es: $-\frac{1-11/5}{3} = \frac{2}{5}$.

11. (a) Hallar la expresión X que debe sumarse a $\frac{3a-2b+4c}{3}$ para obtener $\frac{2a+3b-2c}{2}$.
- (b) Encontrar la expresión Y que debe disminuirse en $2m-2n+3p$ para obtener una diferencia igual a $\frac{4m+6n-9p}{3}$.

Solución:

$$(a) \quad \frac{3a-2b+4c}{3} + X = \frac{2a+3b-2c}{2} \Rightarrow X = \frac{2a+3b-2c}{2} - \frac{3a-2b+4c}{3} \\ \Rightarrow X = \frac{13b-14c}{6}$$

$$(b) \quad Y - (2m-2n+3p) = \frac{4m+6n-9p}{3} \Rightarrow Y = \frac{4m+6n-9p}{3} + (2m-2n+3p) \\ \Rightarrow Y = \frac{10m}{3}$$

12. Determinar el cuociente y resto en cada división. Comprobar el resultado.

(a) $(4x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 3x - 7) : (2x - 1)$ (b) $(3x^3 + 2x^2 - 2) : (x^2 - x + 1)$

Solución:

[illegible]

Luego: $\text{Cuociente} = 2x^3 + 2x^2 - x + 1, \quad \text{Resto} = -6.$

Comprobación:

$$\begin{aligned}(2x-1)(2x^3+2x^2-x+1)+(-6) &= 4x^4+2x^3-4x^2+3x-1+(-6) \\ &= 4x^4+2x^3-4x^2+3x-7\end{aligned}$$

(b) $\begin{array}{ccccccc} & 3x^3 & & +2x^2 & & +0x & & -2 \\ (-) & & & (+) & & (-) & & \end{array} \quad (x^2 - x + 1) = 3x + 5$

$$\begin{array}{r} 3x^3 \quad - \quad 3x^2 \quad + \quad 3x \\ \hline 5x^2 \quad - 3x \quad - 2 \\ \quad (-) \qquad \quad (+) \qquad \quad (-) \\ \quad - \quad 5x \quad + \quad 5 \\ \hline 2x \quad - 7 \end{array}$$

Luego: Cuociente = $3x + 5$, Resto = $2x - 7$.

Comprobación:

$$\begin{aligned}(x^2 - x + 1)(3x + 5) + (2x - 7) &= 3x^3 + 2x^2 - 2x + 5 + (2x - 7) \\ &= 3x^3 + 2x^2 - 2\end{aligned}$$

13. Efectuar la división y comprobar el resultado.

$$(2x^2 + xy - 6y^2) : (x + 2y)$$

Solución:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 2x^2 \quad +xy \quad -6y^2 \\
 (-) \quad \quad (-)
 \end{array} : (x+2y) = 2x-3y \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 2x^2 \quad + \quad 4xy \\
 -3xy \quad -6y^2 \\
 (+) \quad \quad (+)
 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 -3xy \quad -6y^2 \\
 / \quad \quad /
 \end{array}
 \end{array}$$

Luego: Cuociente = $2x - 3y$, Resto = 0.**Comprobación:** $(x+2y)(2x-3y) = 2x^2 + xy - 6y^2$

14. Expresar en lenguaje algebraico los siguientes enunciados:

- (a) El doble de la suma de dos números.
- (b) El duplo de un número, menos cinco.
- (c) La media aritmética de dos números.
- (d) La suma de dos números enteros consecutivos.
- (e) El cuadrado de la suma de tres números.
- (f) La suma de los cuadrados de dos números.

Solución:

Enunciado	Definición de variable(s)	Expresión algebraica
(a)	x, y : números	$2(x+y)$
(b)	x : número	$2x-5$
(c)	x, y : números	$\frac{x+y}{2}$
(d)	x : número entero	$x+x+1$ $= 2x+1$
(e)	x, y, z : números	$(x+y+z)^2$
(f)	x : número entero	x^2+y^2

15. Expresar en lenguaje algebraico, cada enunciado:

- (a) Ana puede escribir 57 palabras por minuto. Expresar la cantidad de palabras que Ana puede escribir en N horas.
- (b) Un joven tiene N monedas de \$10 (pesos) y M monedas de \$100 (pesos). Determinar la cantidad de dinero que tiene el joven, en dólares. (1 dólar $\approx$ \$700 pesos).

- (c) La suma de dos números es 100. Expresar el producto de dichos números en términos de uno de ellos.

Solución:

- (a) $1 \text{ hora} = 60 \text{ min} \implies N \text{ horas} = 60N \text{ min.}$

Luego, Ana puede escribir $57 \cdot 60N = 3420N$ palabras en N horas.

- (b) Cantidad de dinero total en pesos que tiene el joven $= 10(N + 10M)$ pesos.

$1 \text{ dólar} \approx \$700 \text{ pesos} \implies 1 \text{ peso} = \frac{1}{700} \text{ dólares.}$ Luego:

Cantidad de dinero total en dólares que tiene el joven $= \frac{10}{700}(N + 10M) = \frac{1}{70}(N + 10M)$ dólares .

- (c) Sea $x =$ uno de los números. Luego, el otro número es: $100 - x$.

Por lo tanto, la expresión que describe el producto de ambos números es:

$$P = x(100 - x)$$