

En esta sección se presenta un resumen del tema de ecuaciones cuadráticas, o ecuaciones de segundo grado, en una variable.

$$x^2 + px = S$$

$p/2$	$\frac{1}{2} px$	$\frac{1}{4} p^2$
x	x^2	$\frac{1}{2} px$
x	x	$p/2$

$$x^2 + px + \frac{1}{4} p^2 = S + \frac{1}{4} p^2$$

$$x = ??$$

Definición. Una **ecuación cuadrática** en la variable x , es una ecuación que puede ser escrita en la forma estándar:

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ donde } a, b, c \text{ son constantes, } a \neq 0.$$

Ejemplos de ecuaciones cuadráticas:

$$x^2 - 4x + 3 = 0, \quad 3x^2 = 5x, \quad 7x^2 - 2x = 5$$

Observaciones.

- Las constantes a, b y c se denominan coeficientes de la ecuación.
- Se resolverán sólo ecuaciones cuadráticas con coeficientes reales.
- **Resolver** una ecuación cuadrática en \mathbb{R} , significa hallar todos los valores de x en \mathbb{R} que la satisfacen. Estos valores de x reciben el nombre de **soluciones** o **raíces** de la ecuación.
- El conjunto solución S de una ecuación cuadrática, será el conjunto de todas las soluciones reales de la ecuación:

$$S = \{x \in \mathbb{R} / ax^2 + bx + c = 0\}$$

- Una **ecuación cuadrática** con coeficientes reales puede tener a lo más dos soluciones reales diferentes.

Resolución de una ecuación cuadrática

Dada la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$, con a, b y c constantes reales, $a \neq 0$.

1. Por Factorización.

Si $ax^2 + bx + c = a(x - r)(x - s)$, donde r y s son constantes, entonces:

la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ es equivalente a:

$$a(x - r)(x - s) = 0$$

y las soluciones de la ecuación son: $x = r, \quad x = s.$

2. Por Fórmula cuadrática.

Las raíces de la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ están dadas por la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Observaciones.

1. Resolver una ecuación cuadrática por **Factorización** en muchos casos es muy efectivo, por ejemplo:

Ecuación	Ecuación equivalente	Soluciones
$x^2 - 4x + 3 = 0$	$(x - 3)(x - 1) = 0$	$x = 3, \quad x = 1$
$3x^2 - 5x = 0$	$x(3x - 5) = 0$	$x = 0, \quad x = 5/3$

2. Un método para resolver cualquier ecuación cuadrática es usando la **Fórmula Cuadrática** (método 2).
3. El número $D = b^2 - 4ac$ se llama **discriminante** de la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$.

Valor de la discriminante	Naturaleza de las raíces
$b^2 - 4ac > 0$	las dos raíces son reales y distintas
$b^2 - 4ac = 0$	las dos raíces son reales e iguales
$b^2 - 4ac < 0$	no tiene raíces reales

4. La fórmula cuadrática para resolver la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ se deriva de la **completación de cuadrado**, que se presenta en el ejercicio (7), de la sección Ejercicios resueltos.
5. Sean r y s las raíces de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$. Se tiene que:

suma de las raíces	$r + s = -\frac{b}{a}$
producto de las raíces	$r \cdot s = \frac{c}{a}$