

1. Factorizar las siguientes expresiones:

(a) $2a^3b^2 - 6ab^3$

(b) $8a^3b^2 + 24a^2bc + 18ac$

(c) $a^2 + 2ab + b^2 - c^2$

Respuesta:

(a) $2ab^2(a^2 - 3b)$

(b) $2a^2(2b + 3c)^2$

(c) $(a + b + c)(a + b - c)$

2. Factorizar completamente las siguientes expresiones:

(a) $A = 6t^3 - 7t^2 - 20t$

(b) $B = 2(a - b)^2(a + b)^3 - 5(a + b)^2(a - b)^3$

(c) $C = x^4 - 16y^4$

Respuesta:

(a) $A = t(2t - 5)(3t + 4)$

(b) $B = (a - b)^2(a + b)^2(-3a + 7b)$

(c) $C = (x - 2y)(x + 2y)(x^2 + 4y^2)$

3. Simplificar la fracción $\frac{2a^3 - 2a}{4a^4 - 8a^3 - 12a^2}$

Respuesta: $\frac{a - 1}{2a(a - 3)}$

4. Simplificar la expresión $\frac{a - b}{b} + \frac{2a}{a - b} - \frac{a^3 + a^2b}{a^2b - b^3}$

Respuesta: $\frac{b}{a - b}$

5. Al simplificar la expresión $\frac{x^2 - 1}{x^2 + x - 2} + \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 3x + 2}$ se obtiene una fracción $\frac{N}{D}$. Calcular $N - D$.

Respuesta: $N = 2x + 5$, $D = x + 2$. Luego, $N - D = x + 3$.

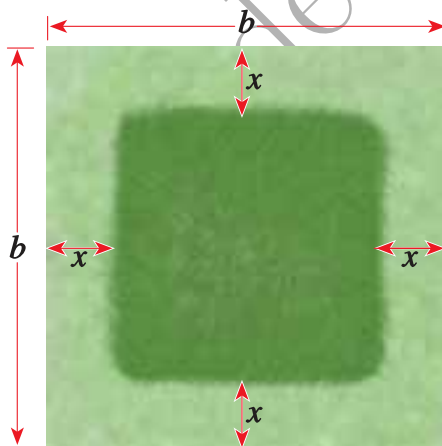
6. Efectuar y simplificar el siguiente producto $\left(a + x - \frac{ax + x^2}{a + 2x}\right) \left(1 + \frac{x}{a + x}\right)$

Respuesta: $a + x$

7. Efectuar y simplificar el siguiente cociente $\frac{\left(\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}\right) \cdot \frac{xy}{x+y}}{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} - \frac{1}{xy}}$

Respuesta: x^2y^2

8. Verificar que $\frac{a^3}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^3}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^3}{(c-a)(c-b)} = a + b + c$
9. Cada semana, un campo cuadrado de cierto parque estatal es podado alrededor de los bordes. El resto del campo se mantiene sin podar para que sirva como hábitat para aves y animales pequeños (vea la figura). El campo mide b pies por b pies, y la franja podada es de x pies de ancho.
- Explique porque el área de la parte podada es $b^2 - (b - 2x)^2$.
 - Factorice la expresión de la parte (a) para demostrar que el área de la parte podada también es $4x(b - x)$.



10. Verifique estas fórmulas al expandir y simplificar el lado derecho:

$$A^2 - 1 = (A - 1)(A + 1) \quad (1)$$

$$A^3 - 1 = (A - 1)(A^2 + A + 1) \quad (2)$$

$$A^4 - 1 = (A - 1)(A^3 + A^2 + A + 1) \quad (3)$$

Con base en el patrón mostrado en esta lista, ¿cómo piensa usted que sería posible factorizar $A^5 - 1$? Verifique su conjetura. Ahora generalice el patrón que haya observado para obtener una fórmula de factorización para $A^n - 1$, donde n es un entero positivo.

11. Factorizar las siguientes expresiones algebraicas:

(a) $5 + 4x - x^2$

Respuesta: $(x + 1)(5 - x)$

(b) $6x^2 - 5x - 6$

Respuesta: $(3x + 2)(2x - 3)$

(c) $12m^2 - 13m - 35$

Respuesta: $(3m - 7)(4m + 5)$

(d) $x^{10} + x^5 - 20$

Respuesta: $(x^5 + 5)(x^5 - 4)$

(e) $m^2 + mn - 56n^2$

Respuesta: $(m + 8n)(m - 7n)$

(f) $x^8 + x^4 - 240$

Respuesta: $(x^4 + 16)(x^4 - 15)$

(g) $(x + y)^2 - a^2$

Respuesta: $(x + y + a)(x + y - a)$

(h) $4 - (a + 1)^2$

Respuesta: $(a + 3)(1 - a)$

(i) $9 - (m + n)^2$

Respuesta: $(3 + m + n)(3 - m - n)$

(j) $(a + 2b)^2 - 1$

Respuesta: $(a + 2b + 1)(a + 2b - 1)$

(k) $64 + a^6$

Respuesta: $(4 + a^2)(16 - 4a^2 + a^4)$

(l) $8 + 12a^2 + 6a^4 + a^6$

Respuesta: $(a^2 + 2)^3$

(m) $8x^3 - 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3$

Respuesta: $(2a - 3b)^3$

12. (a) Factorice por completo las expresiones: $A^4 - B^4$ y $A^6 - B^6$.

(b) Verifique que $18335 = 12^4 - 7^4$ y que $2868335 = 12^6 - 7^6$.

(c) Use los resultados de las partes (a) y (b) para factorizar los enteros 18335 y 2868335. A continuacin demuestre que en estas dos factorizaciones todos los factores son nmeros primos.

13. Factorice y simplifique completamente las siguientes expresiones:

(a) $\left(\frac{x^2 + 5x - 14}{5x^2 - 20} \right) \cdot \left(\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 49} \right)$

Respuesta: $\frac{x + 2}{5(x - 7)}$

(b) $\left(\frac{x^2 - 3}{2x^2 - 5x + 3} \right) \div \left(\frac{x^3 - 3\sqrt{3}}{x^4 - 6x^2 + 5} \right)$

Respuesta: $\frac{(x + 1)(x + \sqrt{3})(x^2 - 5)}{(x^2 + \sqrt{3}x + 3)(2x - 3)}$

(c) $\left(\frac{a}{a^2 - 25} - \frac{1}{a + 5} \right) \div \frac{5}{a + 5}$

Respuesta: $\frac{1}{a - 5}$

14. Simplifique la expresión .

$$(a) \quad A = \frac{x^{2n} - y^{2n}}{x^{3n-1} + 2x^{2n-1}y^n + x^{n-1}y^{2n}} \div \frac{x^{2n} - x^n y^n}{x^{2n}}$$

Respuesta: $A = \frac{x}{x^n + y^n}$

$$(b) \quad C = \sqrt[n]{b^{2n} + \sqrt{b^{2n+1} - a^{2n}}} \cdot \sqrt[n]{b^{2n} - \sqrt{b^{2n+1} - a^{2n}}}$$

Respuesta: $C = |a|$

U. de Talca