

1. Simplificar aplicando propiedades de las potencias.

(a) $(12^3 \cdot 4^{-2}) : 18^2$

(b) $((-3)^2)^{-2} \cdot (9^{-1})^{-1}$

(c) $2^{n-1} \cdot 4^{n+2}$

(d) $\frac{(15^n)^2}{45^{2n-1}}$

Respuesta: (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{3^2}$ (c) 2^{3n+3} (d) $5 \cdot 3^{2-2n}$

2. Calcular: $\left(\frac{2^5 - (-1)^5}{(-1)^{-1} + (-2)^5}\right)^{-1}$

Respuesta: -1

3. Simplificar y reducir cada expresión, y expresar el resultado de manera que contenga sólo exponentes positivos.

a) $\frac{(6xy^2)^3}{9xy^5}$

b) $(2xy^{-2})^2 \cdot (4x^2y^4)^{-1}$

Respuesta:

(a) $24x^2y$ (b) $\frac{1}{y^8}$

4. Simplificar cada expresión, y expresar el resultado de manera que contenga sólo exponentes positivos.

(a) $\frac{(35y^{-3}x^5)(-5x^{-1})}{-21y^{-2}x^9}$

(b) $\frac{(2x^{-2})(4y^4)^{-1}}{(2xy)^{-3}}$

(c) $\left(\left(\frac{3a^2}{4^3b}\right)^{-2} \left(\frac{8b}{a}\right)^{-4}\right)^{-3}$

Respuesta:

(a) $\frac{25}{3x^5y}$ (b) $\frac{4x}{y}$ (c) $729b^6$

5. Calcular:

(a) $(1000)^{\frac{35}{21}}$

(b) $\frac{1000^{\frac{1}{3}}}{400^{\frac{-1}{2}}}$

(c) $\frac{-8^{2/3}}{49^{-1/2}}$

(d) $\frac{4^{-1}}{36^{-1/2}} - \frac{5^{-1/2}}{5^{1/2}}$

Respuesta:

(a) 100000 (b) 200 (c) -28 (d) $\frac{13}{10}$

6. Simplificar la expresión:

$$\left(\frac{(9a)^0 (8^3 a^2 b^3)^{1/3} (9b^{1/2})}{(2b^0 \cdot 36^{1/2} \cdot (ab)^{2/3})^2} \right)^{-6}$$

Respuesta: $\frac{64a^4}{b}$

7. Reducir a su forma más simple.

(a) $\sqrt{63} - 2\sqrt{112} - \sqrt{28}$
 (b) $36\sqrt{\frac{3}{4}} + 15\sqrt{\frac{32}{25}} - 8\sqrt{\frac{27}{64}} - 24\sqrt{\frac{75}{64}}$
 (c) $2\sqrt[3]{16} + 3\sqrt[3]{54} - 3\sqrt[3]{250}$

Respuesta: (a) $-7\sqrt{7}$ (b) $12\sqrt{2}$ (c) $-2\sqrt[3]{2}$

8. Efectuar cada operación y reducir a una forma más simple.

(a) $\sqrt{15} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{50}$
 (b) $\sqrt[3]{8^2} \cdot \sqrt{8}$
 (c) $\sqrt[6]{9m^4n^2} \cdot \sqrt[3]{9mn^8}$, siendo $m, n > 0$
 (d) $\sqrt[3]{ab^2} : \sqrt[4]{a^3b^2}$, siendo $a, b > 0$

Respuesta: (a) $30\sqrt{5}$ (b) $8\sqrt{2}$
 (c) $3mn^3$ (d) $\frac{b^{1/6}}{a^{5/12}}$

9. Efectuar las operaciones indicadas y expresar la respuesta en su forma radical más simple.

(a) $3\sqrt{5}(\sqrt{15} + 2\sqrt{35})$
 (b) $(3\sqrt{2} - \sqrt{13})(5\sqrt{2} + 3\sqrt{13})$

Respuesta: (a) $30\sqrt{7} + 15\sqrt{3}$ (b) $4\sqrt{26} - 9$

10. Simplificar la expresión:

$$a\sqrt{60b^2} + 2\sqrt{15b^2a^2} - b\sqrt{135a^2}$$

- (a) Considerando $a, b > 0$
- (b) Considerando $a > 0, b < 0$

Respuesta: (a) $2a \cdot b\sqrt{15}$ (b) $-7ab\sqrt{15}$

11. Efectuar las operaciones indicadas y expresar las respuestas en la forma más simple.

- (a) $\sqrt[6]{\sqrt{2}} - \sqrt[12]{2^{13}}$
- (b) $\sqrt{32x^6y^4} + 3\sqrt[5]{\sqrt{32x^{15}y^{10}}}$, considerando $x, y > 0$
- (c) $\sqrt{(x-1)^2} - \sqrt{(2-x)^2}$, considerando $x < 1$

Respuesta: (a) $-\sqrt[12]{2}$ (b) $7\sqrt{2} \cdot x^3y^2$ (c) -1

12. Efectuar las operaciones indicadas, expresando cada respuesta en su forma más simple.

- (a) $\sqrt{2x^2} \cdot \sqrt{4x} + \sqrt{2x^2} \cdot \sqrt[3]{y^2} - \sqrt[3]{y} \cdot \sqrt{4x} - \sqrt[3]{y} \cdot \sqrt[3]{y^2}$, considerando $x, y > 0$.
- (b) $\left(\sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{xy}\right) \left(\sqrt{\frac{y}{x}} + \sqrt{xy}\right)$, siendo $x, y > 0$.

Respuesta: (a) $2\sqrt{2x^3} + x\sqrt{2}\sqrt[3]{y^2} - 2\sqrt{x}\sqrt[3]{y} - y$ (b) $x - y - xy + 1$

13. Al estudiar las propiedades de los fluidos biológicos, se usa la expresión $0.036M^{\frac{3}{4}}$. Calcular el valor de la expresión, para $M = 1.6 \times 10^5$.

Respuesta: 5760

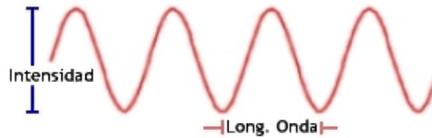
14. Al discutir los amplificadores electrónicos, se encuentra la expresión: $\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right)^{-1}$. Simplificar la expresin para $R = \frac{r}{2}$.

Respuesta: $r/3$

15. Una expresión que se encuentra en matemática financiera es: $\frac{p(1+i)^{-1}[(1+i)^{-n} - 1]}{(1+i)^{-1} - 1}$, donde n es un número entero positivo, i es la tasa de interés y p es la inversión inicial. Simplificar esta expresión para $n = 3, i = 0.01$ y $p = 1000$.

Respuesta: $\frac{157 \cdot 193 \cdot 10^5}{101^3} = \frac{3030100000}{11030301} \approx 2940.99$

16. Un angstrom es una unidad de longitud de onda equivalente a 10^{-8} cm . La luz roja tiene una longitud de onda de ≈ 8000 angstrom. Sabiendo que $1 \text{ cm} = 0.3937$ pulgadas (*in*), determinar la longitud de onda de la luz roja en pulgadas.



Respuesta: $3.1496 \cdot 10^{-5} \text{ in}$

17. La velocidad de la luz es 3000000000 m/s

(a) ¿Qué distancia recorre la luz en un año? Escribir su resultado como notación científica

Respuesta: $9,46 \times 10^{12} \text{ km}$

(b) ¿Cuánto tarda la luz del Sol en llegar a Plutón? (Distancia Sol-Plutón es: $5,91 \times 10^6 \text{ km}$)
Escribir su resultado como notación científica

Respuesta: $1,97 \times 10$ segundos

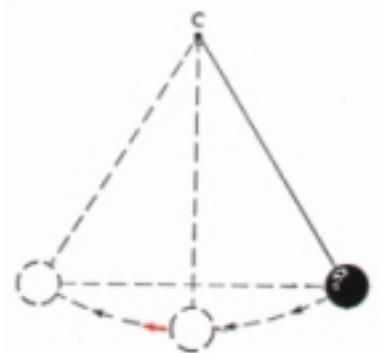
18. Calcule su edad en segundos utilizando notación científica.

19. El diámetro de un virus es de $5 \times 10^{-4} \text{ mm}$. ¿Cuántos de esos virus son necesarios para rodear la Tierra?. Radio medio de la tierra: 6370 km **Sol:** 8×10^{13} virus

20. Exprese en notación científica el resultado de: $(0,000018 \cdot 0,014 \cdot 100,42) \div (2400 \cdot 0,000000012)$

Respuesta: $8,78675 \times 10^{-1}$

21. El período (en segundos) para un ciclo de un péndulo simple está dado por: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$, donde L es la longitud del péndulo (en centímetros) y g es la aceleración debida a la gravedad ($g = 980 \frac{\text{cm}}{\text{seg}^2}$). Determinar el período del péndulo para $L = 48 \text{ cm}$. Considerar $\pi \approx 22/7$.



Respuesta: $\frac{88\sqrt{15}}{245} \text{seg} \approx 11.39111 \text{seg}$

22. Determinar la veracidad o falsedad de cada afirmación, justificando su respuesta.

- (a) $\sqrt{a^2 + 4} = a + 2$, para todo $a \geq 0$
 (b) $\sqrt{a^2} + \sqrt[3]{a^3} = 0$, para todo $a < 0$
 (c) $(2^{6-2n})^{-1} \cdot (2^{n+3})^{-2} = 16^n$, para todo $n \in \mathbb{Z}$.

Respuesta:

(a) FALSO, ya que por ejemplo: $\sqrt{1^2 + 4} = \sqrt{5} \neq 1 + 2$.

(b) VERDADERO, ya que: $a < 0 \implies \sqrt{a^2} = -a$ y $\sqrt[3]{a^3} = a$.

(c) VERDADERO.

23. A continuación se presenta una *cuasi demostración* de que $1 = -1$. Establecer el (los) paso(s) incorrecto(s) que lleva(n) a la contradicción.

$$-1 = (-1)^1 = (-1)^{\frac{2}{2}} = ((-1)^2)^{\frac{1}{2}} = 1^{\frac{1}{2}} = 1$$



Respuesta: Sugerencia: Revisar las propiedades de las potencias y raíces, y sus restricciones.