

1. Razón

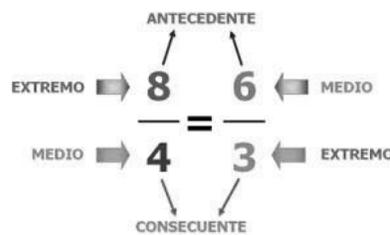
Es el cociente entre dos cantidades a y b . Generalmente se anota como fracción, es decir, $\frac{a}{b}$ y se lee a es a b .

Ejemplo:

- La razón entre 10 y 2 es 5, ya que $\frac{10}{2} = 5$
- En un corral el número de caballos es al de las vacas como 3 es a 5. Esto indica que por cada 3 caballos había 5 vacas.

2. Proporción

Los números a , b , c y d forman una proporción si la razón entre a y b es la misma que entre c y d . Es decir: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ se lee a es a b como c es a d .



Ejemplo:

(a) Proporciones Continuas:

Si la proporción está dada de la forma

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{d}$$

se llama *proporción continua*, es decir, si tiene sus medios iguales. b se denomina *media proporcional* y tanto a como d se llaman *tercera proporcional*.

En el caso que la proporción esté dada por $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, cualquiera a, b, c, d se le llama *cuarta proporcional*.

Ejemplo: Determinar la media proporcional entre los números 4 y 9

$$\begin{aligned} \frac{4}{b} &= \frac{b}{9} \\ 36 &= b^2 \\ \pm 6 &= b \end{aligned}$$

(b) Proporcionalidad Directa

Se dice que a y b son *directamente proporcionales* si su razón $\frac{a}{b} = k$, con k constante de proporcionalidad. Si a aumenta, entonces b también lo hace. Si a disminuye, entonces b también lo hace.

Ejemplo: Un obrero trabajando 8 horas por día gana \$12000. ¿Cuánto ganará si trabaja 10 horas por día?

Solución: Sea x lo que ganará por día, entonces

$$\frac{x}{12000} = \frac{10}{8} \rightarrow 8 \cdot x = 120000 \rightarrow x = \frac{120000}{8} \rightarrow x = \$15000$$

(c) Proporcionalidad Inversa o Indirecta

Se dice que a y b son *inversamente proporcionales* si $a \cdot b = k$, con k constante de proporcionalidad. Si a aumenta, entonces b disminuye. Si a disminuye, entonces b aumenta.

Ejemplo: 18 alumnos han pagado \$6000 cada uno para comprar un regalo a un compañero, ¿cuánto tendrá que pagar cada uno si al final participan 24 alumnos?

Solución: Sea x el número de estudiantes que participan, entonces

$$\frac{24}{x} = \frac{18}{6000} \rightarrow 18 \cdot 6000 = 24 \cdot x \rightarrow x = \frac{108000}{24} \rightarrow x = \$4500$$

(d) Proporcionalidad Compuesta

Cuando intervienen más de dos magnitudes relacionadas entre sí proporcionalmente, estamos ante un problema de proporcionalidad compuesta.

Ejemplo: Para llenar un recipiente de riego hasta una altura de 80 cm se ha necesitado aportar un caudal de 20 litros por minuto durante 1 h 20 min. ¿Cuánto tiempo tardará en llenarse ese mismo recipiente hasta una altura de 90 cm si se le aporta un caudal de 15 litros por minuto?

Solución: Sea x el tiempo que tarda en llenarse el recipiente hasta una altura de 90 cm, tenemos lo siguiente:

Altura	Caudal	Tiempo
80cm	20 litros/min	60+20 = 80 min
90cm	15 litros/min	x
$\frac{80}{90} \cdot \frac{15}{20} = \frac{80}{x}$	➔	$x = 120 \text{ min} = 2 \text{ horas}$

P. Directa
P. Indirecta

3. Porcentajes



Es una de las expresiones de matemática que más utilizamos en nuestro diario vivir. Por ejemplo en el comercio, cuando vamos a comprar un producto y éste tiene un recargo por comprar a crédito o bien nos hacen un descuento por comprar al contado.

Cálculo de porcentaje: Una de las maneras más utilizadas para resolver problemas de porcentajes es utilizando una regla de tres simple. A continuación veamos algunas aplicaciones:

- (a) **Porcentaje de un número :** permite conocer cuantas partes en cientos están contenidas en un número.

Ejemplo: Calcular el 15% de 85.

$$\begin{array}{l} 85 \longrightarrow 100\% \\ x \longrightarrow 15\% \end{array}$$

$$x = \frac{85 \cdot 15}{100} = 12.75$$

por tanto, el 15% de 85 es 12.75

Nota: En general, el a por ciento de b es igual a $\frac{ab}{100}$.

- (b) **Incrementar un número en un porcentaje :** Muy aplicado en el comercio por ejemplo, cuando aplican el IVA en los productos que deseamos comprar.

Ejemplo: Suponga que deseamos comprar un auto usado cuyo precio sin IVA es \$12.340.000. ¿Cuánto pagaremos entonces por él auto, considerando que el IVA es del 19%?

$$\begin{array}{l} 12.340.000 \longrightarrow 100\% \\ x \longrightarrow 119\% \end{array}$$

$$x = \frac{12.340.000 \cdot 119}{100} = 14.684.600$$

por tanto terminaremos pagando por el auto \$14.684.600.

(c) Qué porcentaje representa un número de otro :

Ejemplo: qué porcentaje representa 24 de 1200.

$$\begin{array}{l} 1.200 \longrightarrow 100\% \\ 24 \longrightarrow x\% \end{array}$$

$$x = \frac{24 \cdot 100}{1.200} = 2$$

por tanto, 24 representa el 2% de 1.200

(d) Rebajas y descuentos : Es común que en el comercio principalmente se realicen rebajas en varias épocas del año para llamar la atención de los clientes.

Ejemplo: Una polera y un pantalón valen en conjunto \$45.000 pero, en las liquidaciones las puede adquirir por \$32.000. ¿Qué porcentaje de descuento me hicieron?

$$\begin{array}{l} 45.000 \longrightarrow 100\% \\ 32.000 \longrightarrow x\% \end{array}$$

$$x = \frac{32.000 \cdot 100}{45.000} = 71.1\%$$

por tanto, me hicieron un $100 - 71.1 = 28.9\%$ de descuento.

(e) Cálculo del precio de compra : En el comercio, podemos encontrarnos básicamente con los siguientes casos:

- i. Si conocemos el porcentaje de ganancia y la ganancia.
- ii. Conocido el porcentaje de pérdida y la pérdida.
- iii. Conocido el precio de venta y el porcentaje de ganancia.

Ejemplo: Determine el precio de compra de un artículo que al ser vendido con un 20% de ganancia produce un beneficio de \$13.230

$$\begin{array}{l} x \longrightarrow 100\% \\ 13.230 \longrightarrow 20\% \end{array}$$

$$x = \frac{13.230 \cdot 100}{20} = 66.150$$

por tanto, el precio de compra del artículo es de \$66.150.

Ejemplo: Se liquidó una partida de poleras de segunda selección con un 35% de pérdida. El monto del dinero recibido, después de la venta, fue de \$1.800.000. ¿Cuál era el precio de la partida de poleras de primera selección?

$$\begin{array}{l} 1.800.000 \longrightarrow 65\% \\ x \longrightarrow 100\% \end{array}$$

$$x = \frac{1.800.000 \cdot 100}{65} = 2769230.769$$

por tanto, la partida de poleras de primera selección vale \$2.769.231.

U. de Talca