En la presente sección se hace una revisión de los principales conjuntos númericos, que se necesitan en un primer curso de Matemática de nivel universitario.

Conjunto de los números naturales

El conjunto de los *números naturales*, $\mathbb{N}$, es el primer conjunto de números conocido y estudiado:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots\}$$

Es un conjunto con un primer elemento, ordenado e infinito. También se conoce como el conjunto de los *números enteros positivos*.

Claramente el resultado de sumar o multiplicar dos números naturales, es un número natural. Esta situación no se cumple para el caso de la sustracción ni de la división. Al no ser la sustracción una operación cerrada en $\mathbb{N}$, ecuaciones del tipo $x + 7 = 4$ no tienen solución en este conjunto, debido a que *no existe un número natural* que sumado con 7 de como resultado el número 4. Situaciones de este tipo, hacen necesario extender el conjunto de los números naturales al

Conjunto de los números enteros

El conjunto de los números enteros, $\mathbb{Z}$, es:

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

En este nuevo conjunto, el problema recién planteado tiene solución, ya que el número entero -3 es la solución de la ecuación $x + 7 = 4$.

En el conjunto de los números enteros, existen algunos conceptos que es necesario tener presente:

- Un número entero a se dice *factor* o *divisor* de otro entero b, cuando existe un entero c, tal que: $b = a \cdot c$. Cuando esto sucede, también se dice que b es *múltiplo* de a. Por ejemplo: 2 es un factor de 18 (o, 18 es múltiplo de 2), pués $18 = 2 \cdot 9$.

- Un número entero $p > 1$, se dice *primo*, cuando sus únicos factores son 1 y p. Así, por ejemplo, 2, 3, 5, 7 y 11 son números primos; mientras que, por ejemplo, 4, 6, 8, 10 y 1256 no son números primos. Cuando un número entero no es primo, se dice *compuesto*.

- Un número entero se dice *par*, cuando es divisible por 2. Así, por ejemplo, -6, 34 y 7772 son números pares. Si un número entero no es par se dice *impar*.

Observaciones:

- Si a es número par, entonces existe un $n \in \mathbb{Z}$ tal que $a = 2n$.
- Si a es número impar, entonces existe un $n \in \mathbb{Z}$ tal que $a = 2n + 1$.

Así como el sistema de números naturales es insuficiente para resolver ciertos tipos de ecuaciones, también los números enteros son insuficientes para resolver ecuaciones del tipo $ax = b$ con a y b enteros y $a \neq 0$. Es claro que esta ecuación sólo tiene solución en $\mathbb{Z}$, si b es *múltiplo* de a. Para que las ecuaciones de este tipo tengan siempre solución, se hace necesario ampliar el sistema de los números enteros al

Conjunto de los números racionales

El conjunto de los números racionales, $\mathbb{Q}$, es:

$$\mathbb{Q} = \{\tfrac{a}{b} \,/\, \textit{con } a \textit{ y } b \textit{ enteros},\ b \neq 0\}$$

Observaciones:

1. El conjunto de los números racionales está constituído por todas las fracciones de enteros, con denominador distinto de 0.
2. Dos racionales $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son *iguales* siempre y cuando $a \cdot d = b \cdot c$. Es decir,
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff a \cdot d = b \cdot c$$
3. Todo número racional $\frac{a}{b}$ se puede representar como un número *decimal finito* o *infinito periódico*. Ello se logra simplemente efectuando la división entre a y b. Recíprocamente, todo decimal finito o infinito periódico equivale a una fracción de enteros.
4. De la observación precedente, se tiene que los números decimales infinitos *no periódicos*, no son números racionales.

Aunque en la práctica siempre se trabaja con números racionales o con su equivalente decimal (redondeado convenientemente), hay un problema que no tiene solución en el conjunto de los números racionales; se trata de la ecuación $x^2 = a$ con a racional y tal que a no sea cuadrado perfecto de otro racional. Es posible demostrar que la solución de tal ecuación no es un número racional. Tal número forma parte del conjunto de los **números irracionales**.

Conjunto de los números irracionales

El conjunto de los números irracionales, $\mathbb{Q}^c$, está constituído por todos los números decimales infinitos y no periódicos.

Los siguientes son números irracionales:

$$0.12345678910111213... \quad 12.101001000100001.... \quad 126.122333444455555...$$

Todos los números contenidos en los conjuntos comentados, constituyen el universo estándar, para la mayor parte del trabajo en matemática. Por esta razón ellos se reunen en un nuevo conjunto numérico:

Conjunto de los números reales

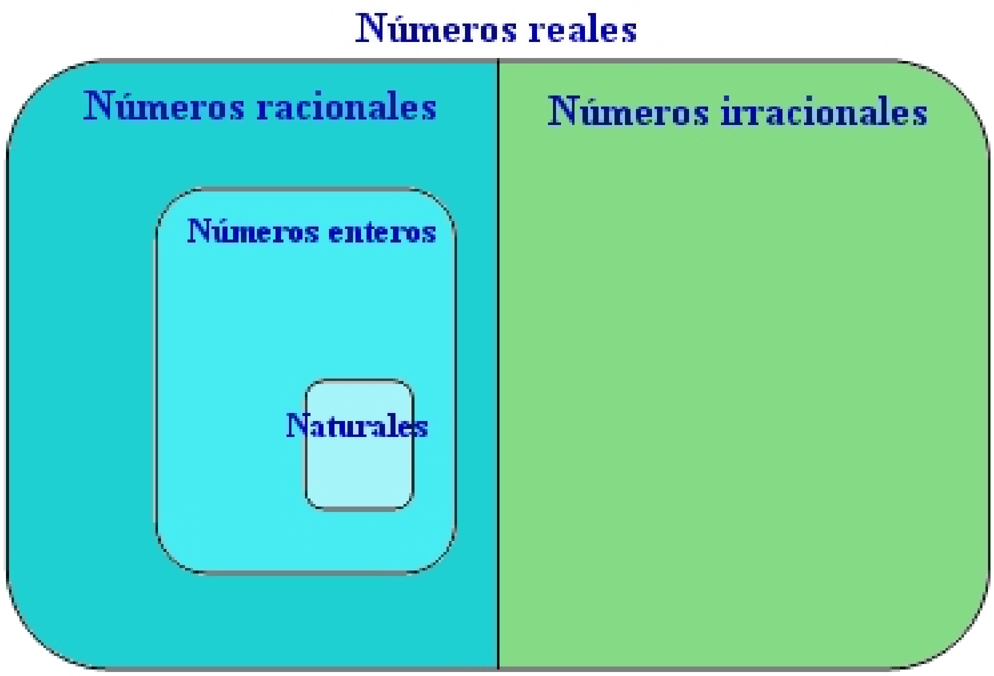
El conjunto de los números reales, $\mathbb{R}$, es la unión del conjunto de los números racionales, (por lo tanto contiene a los números naturales y enteros), y de los números irracionales. Es decir:

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}^c$$

La tabla siguiente describe los conjuntos numéricos y algunos ejemplos de números en ellos.

Símbolo	**Sistema numérico**	**Descripción**	**Ejemplos**
$\mathbb{N}$	Números naturales	Números para contar (también llamados enteros positivos)	1,2,3,...
$\mathbb{Z}$	Números enteros	Conjunto de números naturales, sus negativos y el 0	...,$-2, -1, 0$, 1,2,3,...
$\mathbb{Q}$	Números racionales	Cualquier número que puede representarse como a/b, donde a y b son enteros y $b \neq 0$	-4; $\frac{1}{5}$; 1.5 0; 3.67; -0.121212...
$\mathbb{Q}^c$	Números irracionales	Cualquier número que **no** puede representarse como a/b, donde a y b son enteros y $b \neq 0$	$\sqrt{2}$; π; 1.123456...; $\sqrt{5}$; -0.1223334444...
$\mathbb{R}$	Números reales	Conjunto de todos los números racionales e irracionales	$\sqrt{2}$; 0.33...; -3; π; 5.79

Un diagrama de los números reales y sus principales subconjuntos es:


Números reales
Números racionales
Números irracionales
Números enteros
Naturales