

1. En cada una de las siguientes relaciones señalar la propiedad de los números reales que la justifica.

- (a) $5 + 0 = 5$
- (b) $(-2) \cdot 1 = -2$
- (c) $-\sqrt{7} + \sqrt{7} = 0$
- (d) $(a + b) \cdot (a + b)^{-1} = 1$, con $a + b \neq 0$
- (e) $0 + 0 = 0$
- (f) $3 + \sqrt{3} = \sqrt{3} + 3$
- (g) $5 \cdot (4 \cdot a) = (5 \cdot 4) \cdot a$

Respuesta: (a) 0 neutro aditivo (b) 1 neutro multiplicativo (c) Inverso aditivo
 (d) Inverso multiplicativo (e) 0 neutro aditivo (f) Conmutatividad de la adición
 (g) Asociatividad de la multiplicación

2. A continuación se entrega un desarrollo numérico que concluye con un hecho falso ($4 = 5$). Encontrar el paso en el cual se ha cometido el error.

$$\begin{array}{ll}
 & 16 - 36 = 25 - 45 \\
 \text{Paso (1)} & 16 - 36 + \frac{81}{4} = 25 - 45 + \frac{81}{4} \\
 \text{Paso (2)} & 16 - 36 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 25 - 45 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 \\
 \text{Paso (3)} & 16 - 2 \cdot 4 \cdot \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 25 - 2 \cdot 5 \cdot \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2 \\
 \text{Paso (4)} & \left(4 - \frac{9}{2}\right)^2 = \left(5 - \frac{9}{2}\right)^2 \\
 \text{Paso (5)} & 4 - \frac{9}{2} = 5 - \frac{9}{2} \\
 \text{Paso (6)} & 4 = 5
 \end{array}$$

Respuesta: El error se comete en el paso (5), pues se usa que $x^2 = y^2 \Rightarrow x = y$, hecho que no se cumple.

3. La mitad de un número a es $\frac{1}{2}a$, las $\frac{2}{3}$ de un número b es $\frac{2}{3}b$, etc. Determinar:

- (a) $\frac{3}{2}$ de $\frac{1}{2}$ de 12
- (b) $\frac{5}{6}$ de $\frac{1}{9}$ de 108
- (c) $\frac{5}{6}$ de los $\frac{3}{5}$ del triple de 40

Respuesta: (a) 9 (b) 10 (c) 60

4. En un examen Rosa obtuvo menos puntos que María, Laura menos que Edelmira, Noemí igual que Sara, Rosa más que Carmelina, Laura igual que María y Noemí más que Edelmira. ¿Quién obtuvo más puntos de todas y quién menos?.

Respuesta: Más puntos: Sara y Noemí; menos puntos: Carmelina.

5. Comprobar que si resta una unidad al cuadrado de un número impar se obtiene siempre un múltiplo de ocho.

Respuesta: Observar que $(2n - 1)^2 - 1 = 4n(n - 1)$. Finalmente, analizar si n es par o impar.

6. Calcular el valor de las siguientes expresiones:

(a) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - 3^{-1} \left(\frac{11}{12} - \frac{2}{3}\right)$ (b) $\left(\frac{13}{24} + \frac{1}{6}\right) : \left(\frac{7}{12} - \frac{10}{15}\right)$

Respuesta: (a) $\frac{107}{12}$ (b) $-\frac{17}{2}$

7. Usando una calculadora, evaluar la expresión: $\frac{a^3+b^3}{a^4-b^4}$ para $a = 0.08$, $b = 0.007$

Respuesta: El valor de la expresión es: 12.50910728

8. Para $a = 1, \bar{2}$, $b = 0, 1\bar{1}\bar{2}$ y $c = 3, 00\bar{2}$, encontrar el valor exacto de la expresión $\frac{a}{a-b} + \frac{c}{a+b}$.

Sugerencia: Buscar primero las fracciones equivalentes a los valores de a , b y c .

Respuesta: $-\frac{83389801}{72588950}$

9. Un terreno tiene un avalúo de \$1.640.000. El comprador, además de su precio, debe cancelar un 8.5% de impuesto fiscal y un 1.8% de de impuesto municipal. ¿Cuánto cancela en total el comprador si además el *corredor de propiedades* cobra 2% de comisión por el negocio?.

Respuesta: 1.841.720

10. Un dígito binario recibe el nombre de *bit*, un grupo de *bits* se denomina una *palabra*. Una *palabra* de 8 *bits* recibe el nombre de *byte*. Una letra normal cualquiera está representada en lenguaje binario por un *byte*. ¿Cuántos documentos de 2500 letras normales en promedio podrían almacenarse en un disco duro de 100 *Megabytes*?. (1 *Megabyte* = 10^6 bytes).

Respuesta: 40000 documentos.

11. En el sistema de medida inglés, se usa la *pulgada* denotada *in*, el *pie* denotado *ft*, la *yarda* denotada *yd* y la *milla*. Se tiene que: $1 \text{ ft} = 12 \text{ in}$, $1 \text{ yd} = 3 \text{ ft}$. Determinar:
- ¿A cuántas *pulgadas* equivale una *milla*?, sabiendo que $1 \text{ in} = 2,54 \text{ cm}$ y $1 \text{ milla} = 1609,3 \text{ m}$ (*metros*).
 - Expresar $12,5 \text{ m}$ en *pulgadas*.
 - Expresar en *cm* el largo de una página de $8,5 \text{ in}$.

Respuesta: (a) 63360 pulgadas (b) 492.125 pulgadas (c) 21.59 cm.

12. Un problema con números: piense en un número de tres cifras. Escriba el número y repítalo a continuación, formando un número de seis cifras. Divida este nuevo número por 7, luego el cociente divídalo por 11 y luego el nuevo cociente divídalo por 13. Verifique que el último cociente coincide con el número pensado originalmente. Haga lo mismo con otro número de tres cifras. Conjeture y verifique su conjetura para un número de tres cifras cualquiera.

Respuesta: Escribimos un número de 3 cifras abc , luego lo repetimos $abcabc$,

escribiendo en número $abcabc$ en base 10 se tiene

$$abcabc = a \cdot 10^5 + b \cdot 10^4 + c \cdot 10^3 + a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + a$$

$$= 1001(100a + b + c) = 1001 \cdot abc$$

Por lo tanto:
$$\frac{1001(100a + 10b + c)}{7 \cdot 11 \cdot 13} = \frac{1001 \cdot abc}{1001} = abc$$

13. En un mes de calendario marcar un cuadrado de 3×3 casillas (días). Verificar que la suma de los números de las dos diagonales es igual a la suma de los números de la primera y tercera fila (y que también es igual a las sumas de la primera y tercera columna). Comprobar este resultado en general.

Respuesta: Sea x un número cualquiera de día. Entonces un cuadro de 3×3 casillas días sera:

x	x+1	x+2
x+7	x+8	x+9
x+14	x+15	x+16

Al sumar las dos diagonales tenemos: $6x + 48$,
 al sumar la primera con la tercera fila: $6x + 48$
 y la suma de la primera y la tercera columna: $6x + 48$.
 Por consiguiente se comprueba que para cualquier día x ,
 estas sumas dan el mismo resultado.

14. A continuación se entrega una demostración de la propiedad:

“Para cada $a \in \mathbb{R} : a \cdot 0 = 0$ ”

De acuerdo a las propiedades fundamentales de \mathbb{R} , justificar cada uno de sus pasos.

Paso		Justificación
(1)	$a \cdot 0 = a \cdot 0 + 0$
(2)	$= a \cdot 0 + (a + (-a))$
(3)	$= (a \cdot 0 + a) + (-a)$
(4)	$= (a \cdot 0 + a \cdot 1) + (-a)$
(5)	$= a \cdot (0 + 1) + (-a)$
(6)	$= a \cdot 1 + (-a)$
(7)	$= a + (-a)$
(8)	$= 0$

Respuesta: (1) neutro aditivo (2) inverso aditivo (3) asociatividad
 (4) neutro multiplicativo (5) distributividad (6) neutro aditivo (7) inverso multiplicativo

15. Calcule:

(a) $|| - 6| - | - 4|| + |10 - \pi| - |2 - | - 12||$

Respuesta: $2 - \pi$

(b) $-1 - |1 - | - 1||$

Respuesta: -1

16. Se le preguntó a un estudiante de esta universidad respecto al resultado de $2 - 3(4 \cdot 2 + 8)$. El estudiante efectuó el siguiente razonamiento:

$$2 - 3(4 \cdot 2 + 8) = -1 \cdot 16 = -16$$

¿ Es correcta su respuesta?

Respuesta: No, el resultado es -46

17. Resuelva:

$$5|a| + 2|a| - (64 : -4) \cdot 2 - 5 - 5a - 2a$$

(a) Para $a \geq 0$

Respuesta: 27

(b) Para $a < 0$

Respuesta: $27 - 14a$

U. de Talca